

## CALCOLO OTTIMIZZATO DI TENSIONI RESIDUE CON FORO ECCENTRICO

E.Valentini<sup>a</sup>, A.Benincasa<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *SINT Technology srl, Via Giusti 229 - 50041 Calenzano (FI)*  
*e-mail: emilio.valentini@sintechnology.com*

### Sommario

In questa memoria viene proposta una tecnica automatizzata per la definizione delle tensioni residue con il metodo del foro, in grado di tenere in considerazione l'effetto dell'eccentricità del foro rispetto alla rosetta e di adattarsi, in modo parametrico, alle più comuni geometrie di rosette disponibili sul mercato.

Il metodo è basato sul calcolo di matrici di influenza valutate specificamente ad ogni analisi in funzione della geometria della rosetta e del foro. L'algoritmo di soluzione, inoltre, include un processo di ottimizzazione dei risultati, in grado di tenere in considerazione in modo automatico l'effetto degli errori di misura sperimentale.

La tecnica proposta è stata validata sia mediante confronti con casi simulati che attraverso l'analisi di prove sperimentali condotte su provini soggetti a stati di tensione noti.

### Abstract

In this paper an automatic technique is proposed in order to evaluate the residual test field by means of the hole drilling method, taking into account, in a parametric way, both the effects of the misalignment between the hole and the strain gauge rosette and the geometry of the rosette itself.

The method is based on the evaluation of influence functions, calculated specifically at each analysis according to the hole and rosette geometry. Furthermore, the solution algorithm includes an optimization process able to take into account automatically the effect of the measurement errors.

This technique has been validated by means of benchmarks with simulated analysis and real cases achieved by specimens subjected to known stress field.

**Parole chiave:** tensioni residue, foro cieco, eccentricità, ottimizzazione.

### 1. LISTA DEI SIMBOLI

- $D_0$  : Diametro del foro
- $D$  : Diametro medio rosetta estensimetrica
- $r_m$  : Raggio medio della rosetta
- $G_w$  : Larghezza della griglia dell'estensimetro
- $G_l$  : Lunghezza della griglia dell'estensimetro
- $Z$  : Posizione nello spessore
- $z$  : Profondità del foro
- $E$  : Modulo di Young del materiale

- $\nu$  : Coefficiente di Poisson del materiale  
 $H$  : Profondità adimensionalizzata del foro  $H=Z/r_m$   
 $h$  : Posizione nello spessore adimensionalizzata  $h=z/r_m$

## 2. INTRODUZIONE

Come è noto, le tensioni residue rivestono un ruolo fondamentale nella previsione della corretta resistenza dei componenti meccanici, potendo influire su di essa sia con effetti benefici che dannosi. Esistono attualmente varie tecnologie per la rilevazione degli stati di autotensione delle strutture, tra le quali, sicuramente, il metodo del foro riveste un ruolo di primaria importanza per la sua affidabilità ed economicità.

La normativa ASTM E837-08 [1] è considerata lo standard di riferimento in questo campo e disciplina le modalità mediante le quali determinare lo stato di autotensione dei componenti meccanici. Essa è stata oggetto di una recente revisione, che ha recepito la metodologia proposta da G. S. Schajer nel 1988 in [2-3] per la misura di stati di sforzo variabili mediante foro cieco, integrandola con un algoritmo di regolarizzazione dei risultati per ridurre gli effetti dovuti al mal condizionamento della matrice di soluzione. Essa tuttavia presenta ancora dei margini di miglioramento, riassumibili nei punti seguenti:

1. i coefficienti proposti in relazione alle tipologie di rosette estensimetriche utilizzate nell'analisi non coprono ancora la totalità di geometrie reperibili sul mercato;
2. l'algoritmo di regolarizzazione della soluzione, proposto per limitare gli effetti prodotti dagli errori di misura sperimentale (particolarmente efficace in prossimità della regione mal condizionata), può moderare anche eventuali picchi di tensione realmente presenti nel componente in analisi;
3. non sono inclusi nella normativa gli effetti di eventuali errori di concentricità tra foro e rosetta, limitandosi la norma a prescrivere dei valori massimi ammissibili.

In questa memoria viene proposta una tecnica automatizzata per la definizione delle tensioni residue con il metodo del foro cieco, in grado di tenere in considerazione l'effetto dell'eccentricità del foro rispetto alla rosetta e di adattarsi, in modo parametrico, alle più comuni geometrie di rosette disponibili sul mercato.

## 3. DESCRIZIONE DEL METODO

### 3.1. Definizione delle funzioni di influenza

Nel caso di foro eccentrico, vengono meno i presupposti per il disaccoppiamento del campo di tensione in 3 coordinate principali (comunemente indicate con le lettere P, Q e T, cfr. [1]) e si rende necessaria una formulazione più generale del problema [4].

Con riferimento alla fig. 1, in ipotesi di comportamento lineare del materiale, quando il corpo possa essere considerato semi-infinito delimitato da una superficie piana e lo stato di tensione nella zona del foro sia di tipo plain-stress, valgono le relazioni:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1(z) \\ \varepsilon_2(z) \\ \varepsilon_3(z) \end{Bmatrix} = \int_0^z \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} dZ \quad (1)$$

in cui con  $\varepsilon_n$  ( $n=1,2,3$ ) si indicano le deformazioni misurate dai tre estensimetri (secondo l'ordine di fig. 1) e con  $A_{ij}$  ( $i,j=1,2,3$ ) le nuove funzioni di influenza che dipendono dalla profondità del foro, dalla configurazione geometrica e dal tipo di materiale.

In analogia al caso centrato [4] la forma scelta per rappresentare le funzioni di influenza è stata una doppia serie di potenze:

$$A_{k,l}(H,h,E,\nu,\phi,\rho,\theta) = \frac{1}{E \cdot r_m} \cdot \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \alpha_{i,j}^{(k,l)}(\nu,\phi,\rho,\theta) \cdot H^{i-1} \cdot h^{j-1} \quad \text{con } k, l = 1, 2, 3 \quad (2)$$

in cui  $H=Z/r_m$ ,  $h=z/r_m$ ,  $\phi=D_0/r_m$  e  $\rho=r/r_m$ . I coefficienti  $\alpha_{i,j}^{(k,l)}$  sono calcolati da una procedura automatica attraverso una regressione dei risultati contenuti in un database di spostamenti nodali ottenuto da analisi ad elementi finiti, per ogni particolare configurazione del problema in analisi. Normalizzando il campo di spostamenti nodali rispetto al diametro del foro, è inoltre possibile costruire un database di risultati che può essere successivamente utilizzato per il calcolo delle tensioni con una qualunque geometria della rosetta e del foro (cfr. [5]).

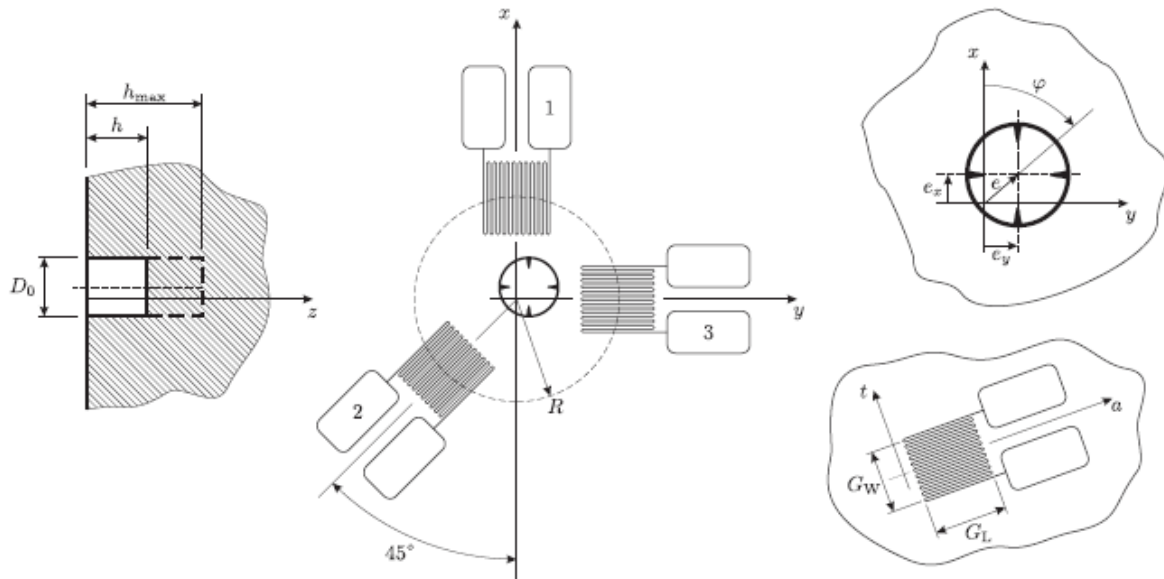


Figura 1: Definizione geometrica del sistema

Nota la forma delle funzioni  $A_{ij}$ , le deformazioni rilassate e l'effettiva eccentricità del foro realizzato, è possibile risolvere il sistema (1) in forma approssimata per determinare lo stato di tensione residua presente nel componente. Supponendo che ciascuna componente delle tensioni residue sia descrivibile con una serie di funzioni si può porre:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sum_{j=1}^m c_j \cdot \psi_j(Z) \\ \sigma_{33} = \sum_{h=1}^p d_h \cdot \mu_h(Z) \\ \sigma_{13} = \sum_{k=1}^q e_k \cdot \lambda_k(Z) \end{cases} \quad (3)$$

La formulazione generale della (3) consente di scegliere le funzioni  $\psi_j$ ,  $\mu_h$ ,  $\lambda_k$  in modo da rappresentare lo stato di tensione con gli andamenti ritenuti più opportuni (serie di potenze, serie di Fourier, spline costanti a tratti, spline lineari, spline cubiche, etc.).

Le (3) inserite nella (1) forniscono:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1(z) \\ \varepsilon_2(z) \\ \varepsilon_3(z) \end{Bmatrix} = \int_0^z \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^m c_j \cdot \psi_j(Z) \\ \sum_{h=1}^p d_h \cdot \mu_h(Z) \\ \sum_{k=1}^q e_k \cdot \lambda_k(Z) \end{Bmatrix} dZ \quad (4)$$

Esplicitate le incognite  $c_j$ ,  $d_h$ ,  $e_k$ , la (4) può essere ricondotta ad un sistema lineare di equazioni equivalente a (1), in cui le tensioni sono descritte in forma discreta attraverso  $n$  costanti (con  $n=m+p+q$ ). Poiché per ogni profondità di foratura realizzata si ottengono 3 misure indipendenti di deformazione (una da ogni estensimetro) i parametri presenti nella (4) possono essere determinati con un numero di passate di foratura  $n_p$  tale che  $3n_p \geq n$ . Tuttavia è consigliabile utilizzare un numero di misure molto più elevato di  $3n_p$ , in modo da poter ottenere la soluzione attraverso il metodo dei minimi quadrati e ridurre così l'influenza di eventuali errori random di natura sperimentale.

La scelta della tipologia di funzione di base, tuttavia, introduce alcuni parametri nella formulazione del problema, la cui definizione può influenzare l'accuratezza del risultato (ad esempio, nel caso della serie di potenze, deve essere definito l'esponente massimo al quale arrestare lo sviluppo). Per ottenere la soluzione migliore, la scelta di questi parametri può essere affidata a metodi automatici di ottimizzazione.

### 3.2. Ottimizzazione dei risultati

La scelta dei parametri liberi, dipendenti dalle funzioni di base adottate per la descrizione dello stato di tensione, può condizionare la qualità del risultato ottenuto nell'analisi dello stato di deformazione. Come principio generale è possibile affermare che la determinazione dei parametri liberi presenti nelle funzioni (3) corrisponde alla definizione della flessibilità delle funzioni adottate per rappresentare lo stato di tensione. Una bassa flessibilità delle funzioni di base comporta, quindi, una rappresentazione delle tensioni residue tendenzialmente stabile, ma che può non riprodurre accuratamente importanti picchi di tensione, qualora presenti e risultare valida soltanto "in media". D'altra parte, una elevata flessibilità delle funzioni di base consente, in linea di principio, di descrivere in modo accurato andamenti complessi dello stato di tensione, ma può generare una fluttuazione delle tensioni calcolate, prodotta dagli inevitabili errori di misura sperimentale, ma priva di un effettivo riscontro fisico nel componente in esame.

Al fine di quantificare la qualità della soluzione ottenuta in funzione della scelta dei parametri liberi, è stato quindi proposto il seguente indice:

$$\xi = \left| \frac{\tilde{\sigma} - \sigma_{\text{exp}}}{\sigma_{\text{exp}}} \right| \quad (5)$$

in cui  $\sigma_{\text{exp}}$  rappresenta la deviazione standard dell'errore di misura<sup>1</sup>, mentre l'altro termine rappresenta la deviazione standard degli scarti tra le deformazioni effettivamente misurate e quelle corrispondenti stimate dal modello introducendo lo stato di tensione determinato nelle (1). Minore risulta il valore di tale indice e tanto più le due deviazioni standard risultano simili.

L'algoritmo di ottimizzazione ha l'obiettivo di rendere minimo il valore dell'equazione (5). Essa stabilisce che il migliore compromesso fra flessibilità e stabilità della soluzione è ottenuto quando lo stato di tensione calcolato risulta in grado di riprodurre lo stato di deformazione misurato con lo stesso grado di accuratezza fornito dal metodo di misura.

La determinazione del punto di minimo della funzione (5), al variare delle possibili scelte dei parametri liberi, è ottenuta mediante due diverse metodologie: per le funzioni spline, esso è determinato mediante un algoritmo di ottimizzazione di tipo genetico, mentre per le funzioni serie di potenze e serie di Fourier, attraverso un algoritmo di calcolo di tipo esaustivo.

L'ottimizzazione mediante algoritmo genetico (per i cui dettagli si rimanda a [6]), posiziona inizialmente i punti base  $\zeta_i$  (fig. 2) in modo casuale all'interno del dominio di misura  $[0, h_{\text{max}}]$  e collassa i punti base la cui distanza ricade al di sotto di una soglia di tolleranza (posta pari al 5% di

<sup>1</sup> Nel seguito sarà data indicazione su come eseguire una stima di questo parametro.

$h_{max}$ ). Successivamente viene avviato il processo di evoluzione della soluzione, tipico degli algoritmi genetici, fintanto che non risulta verificata la condizione  $\xi < 0.01$ .

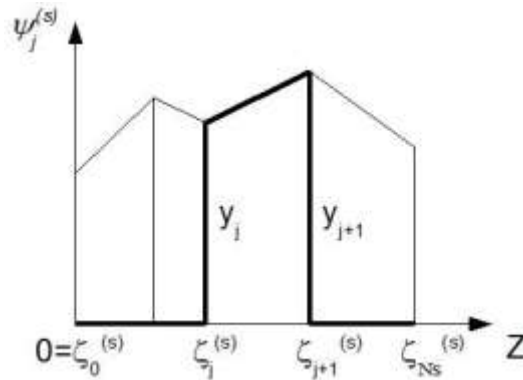


Figura 2: Definizione dei punti base

L'algoritmo di ottimizzazione di tipo esaustivo ricerca all'interno del dominio di tutte le soluzioni possibili compatibilmente con il numero di misurazioni effettuato (per le quali cioè risulta verificata la condizione  $3n_p \geq n$ ) quella con il minor valore di  $\xi$ .

#### 4. ESEMPI DI APPLICAZIONE

##### 4.1. Analisi simulata

Per valutare la validità della metodologia descritta è stato realizzato un benchmark con il metodo integrale di Schajer, simulando lo stato di deformazione ottenuto dal rilassamento di uno stato di autotensione equibiaxiale, mediante l'integrazione diretta delle (1). È stato ipotizzato di utilizzare una rosetta estensimetrica inclusa tra quelle previste in [1], di tipo MM EA-XX-062RE-120 (tab. 1). I dati di deformazione sono stati successivamente analizzati sia in assenza che in presenza di un errore di misura sperimentale simulato. In quest'ultimo caso, è stato sovrapposto ai valori di deformazione calcolati un rumore bianco caratterizzato da una deviazione standard di  $10^{-6}$  mm/mm. Infine è stata eseguita l'analisi dei dati ottenuti da una simulazione di foratura in presenza di errore di eccentricità pari a 0.1mm.

Tabella 1: Parametri del caso simulato

Tipologia rosetta	D [mm]	Gw [mm]	Gl [mm]	D0 [mm]	E [MPa]	$\nu$
CW	5.13	1.57	1.57	2.052	207000	0.3

In fig. 3 sono rappresentati, su due assi distinti, i valori di deformazione simulati utilizzati nel calcolo privo di disturbo nei dati di ingresso ed i corrispondenti valori di tensione ottenuti dall'analisi di questi ultimi mediante il metodo integrale di G. S. Schajer e con il metodo descritto in questa memoria. È possibile osservare che entrambi i metodi di analisi presentano un'ottima corrispondenza tra i valori di tensione calcolati e lo stato di tensione di riferimento utilizzato nel calcolo. Risulta inoltre interessante notare che, nonostante lo stato di deformazione residuo sia stato ottenuto per integrazione diretta delle (1) e quindi secondo un modello di deformazione sicuramente più affine a quello del metodo esposto che non a quello di [2,3], il metodo di G. S. Schajer ha fornito un risultato molto accurato, ad indicare una buona significatività del benchmark (in caso contrario, infatti, le differenze ottenute sarebbero state riconducibili al diverso modello matematico alla base delle due tecniche).

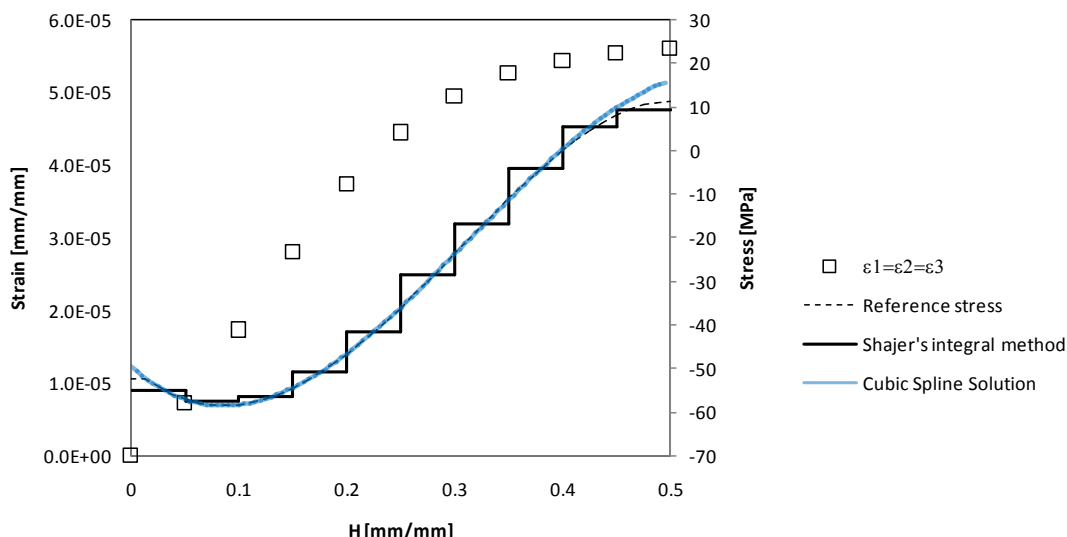


Figura 3: Tensione equibiassiale: deformazioni prive di errore simulato

In fig. 4 è rappresentata l'analisi condotta nelle stesse condizioni del caso precedente, introducendo un disturbo nei valori di deformazione, per simulare un errore di misura. E' possibile osservare che, in questo caso, mentre il metodo descritto rappresenta in modo ragionevolmente corretto lo stato di tensione, il metodo integrale presenta delle significative oscillazioni causate dall'errore presente nei dati di ingresso, che tendono ad amplificarsi all'approssimarsi della profondità alla regione di mal condizionamento ( $H=0.5$ )<sup>2</sup>.

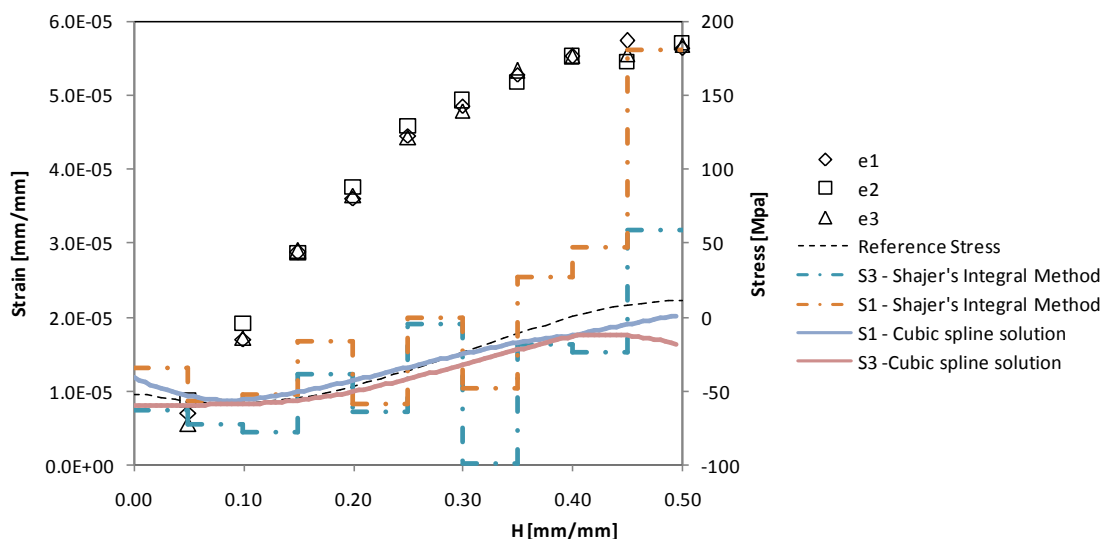


Figura 4: Tensione equibiassiale: deformazioni con errore simulato ( $\sigma=1E-6$  [mm/mm])

Infine, in fig. 5 è rappresentata l'analisi di un caso simulato in presenza di un errore di eccentricità pari a  $0.1mm$  nella direzione dell'estensimetro 1 ed in assenza di disturbi sovrapposti ai valori di deformazione. E' possibile apprezzare che in questo caso la lettura degli estensimetri non risulta più uguale tra loro, essendo rilevata una deformazione maggiore dall'estensimetro più vicino al foro. Questo genere di errore non è preso in considerazione in [1-3] e perciò il metodo integrale tende a rappresentare il fenomeno come una direzione preferenziale dello stato di sforzo; l'errore massimo

<sup>2</sup> E' importante osservare che l'algoritmo di regolarizzazione della soluzione proposto in [1] riduce significativamente questo fenomeno, tuttavia, trattandosi di uno strumento puramente matematico, esso può attenuare anche picchi di tensione realmente presenti nel componente in analisi.

sullo stato di tensione, in questo caso, ha superato il 30% del valore delle sollecitazioni effettive. Il metodo descritto, potendo fornire una corretta interpretazione dei fenomeni legati all'eccentricità del foro, ha invece fornito una interpretazione corretta dello stato di deformazione.

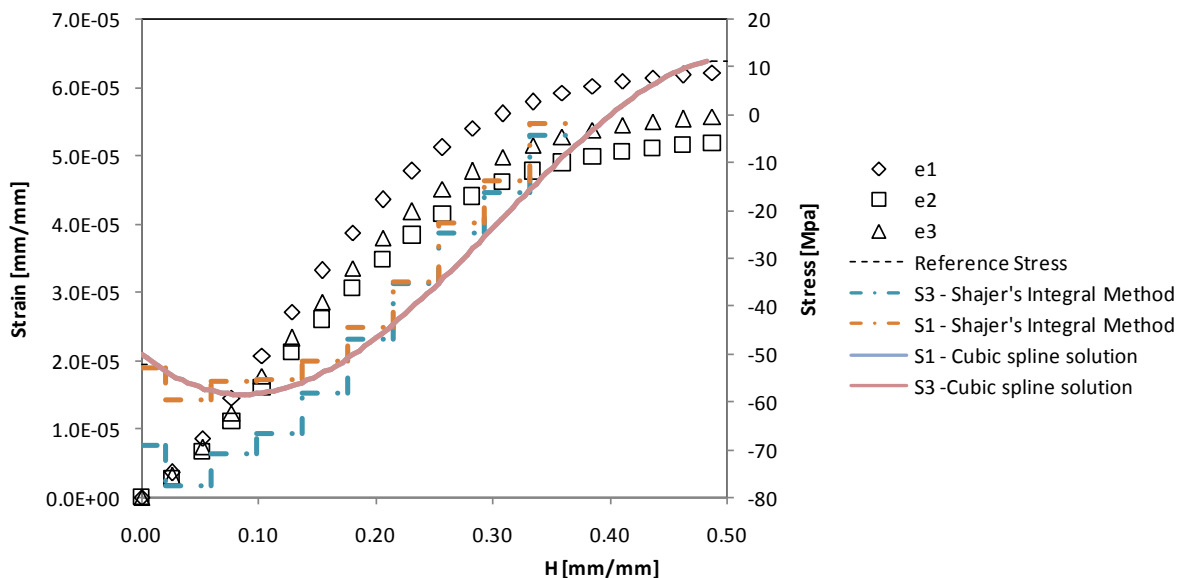


Figura 5: Tensione equibiassiale: deformazioni con errore di eccentricità

#### 4.2. Analisi di un caso pratico in presenza di eccentricità

Utilizzando un'attrezzatura sperimentale in grado di indurre uno stato di tensione flessionale noto su di un apposito provino (cfr. [8]), unitamente all'apparecchiatura sperimentale RESTAN sviluppata da SINT Technology (fig. 6), sono state misurate le deformazioni residue indotte da uno stato di tensione flessionale in presenza di foro eccentrico.

La rosetta utilizzata in questa analisi è stata di tipo HBM K-RY61-1.5/120R-3-0.5m e lo stato di tensione realizzato è stato di tipo flessionale con tensione massima 82MPa e gradiente di tensione nello spessore pari a 16.4MPa/mm. Il foro di misura è stato realizzato in modo eccentrico con un errore di eccentricità di 0.092mm nella direzione dell'estensimetro 1 e 0.027mm nella direzione dell'estensimetro 3, corrispondente, in prima approssimazione, alla massima eccentricità consentita in [1].

Il parametro  $\sigma_{exp}$  rappresentante l'errore di misura sperimentale, necessario per la procedura di ottimizzazione, è stato determinato ipotizzando un andamento regolare dello stato di deformazione rilassato: interpolando le misure sperimentali con funzioni polinomiali di grado opportuno (fig. 7), è stata calcolata la deviazione standard degli scarti delle misure effettuate rispetto alle curve interpolanti. Questa grandezza, risultata pari a 0.7  $\mu\text{m}/\text{m}$ , è stata successivamente utilizzata come stima di  $\sigma_{exp}$ .



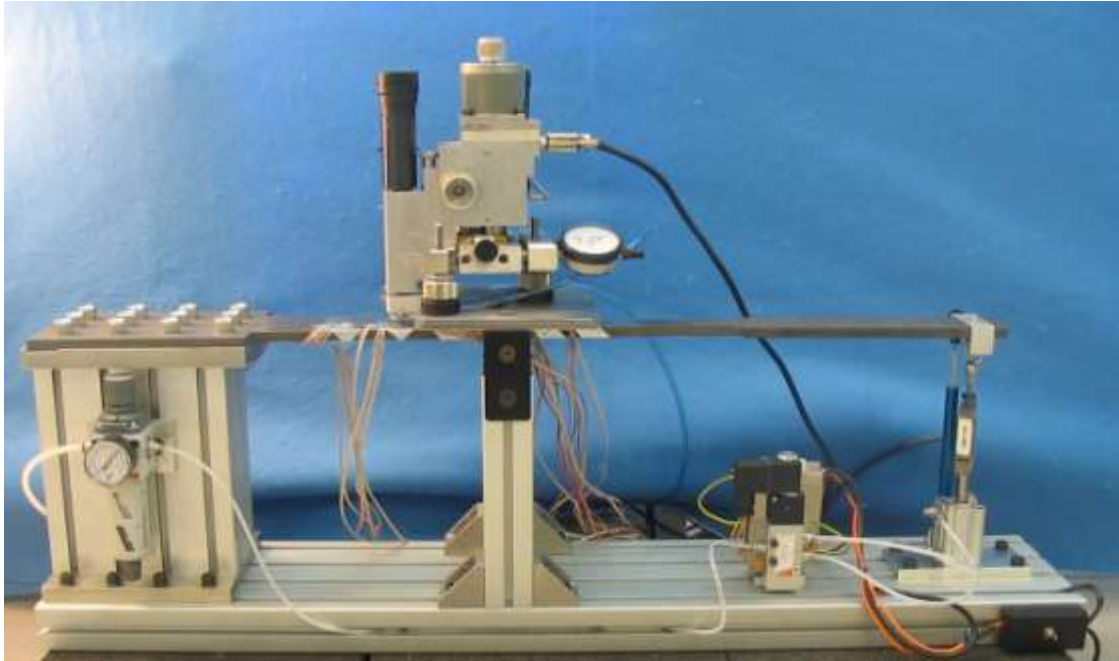


Figura 6: Attrezzatura sperimentale per simulazione tensioni residue flessionali

In fig. 8 è rappresentato lo stato di tensione determinato a partire dai valori di deformazione misurati mediante il metodo integrale di Schajer e con la tecnica presentata, utilizzando il metodo con spline cubiche, unitamente all'andamento dello stato di sforzo imposto al provino. E' possibile osservare che il metodo integrale riproduce correttamente il gradiente di tensione per profondità del foro inferiori a  $0.4\text{mm}$ , sebbene sia presente un errore di offset dello stato di tensione principale massimo (imputabile all'effetto combinato dell'eccentricità del foro e dell'errore dovuto all'impiego di coefficienti di taratura non ottimizzati per la rosetta in analisi), che tende a sovrastimare le sollecitazioni in misura apprezzabile. A profondità maggiori l'andamento delle sollecitazioni diviene fluttuante con errori di maggiore entità. Il metodo proposto in questa memoria presenta invece una buona rappresentazione dello stato di tensione, con uno errore massimo sullo stato di sforzo dell'ordine di circa  $5\text{MPa}$ .

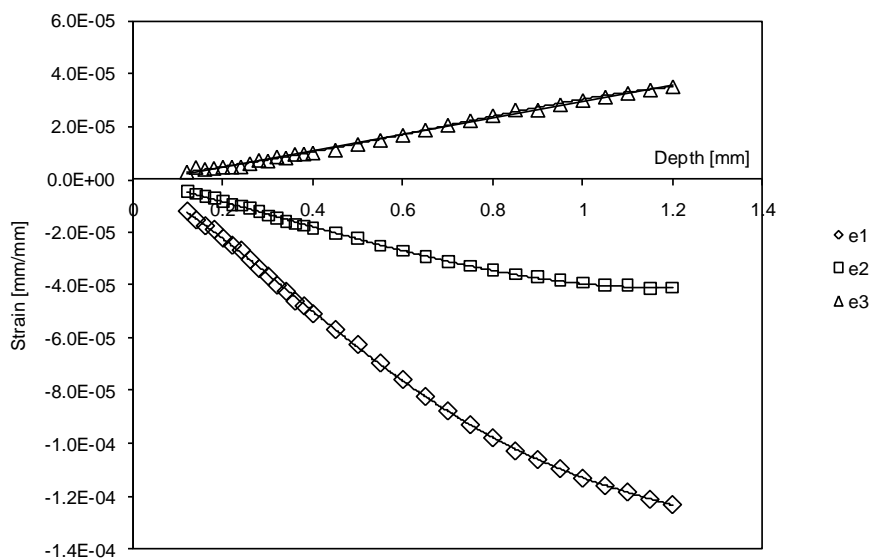


Figura 7: Deformazioni relative a sollecitazione flessionale con foro eccentrico e loro interpolazione



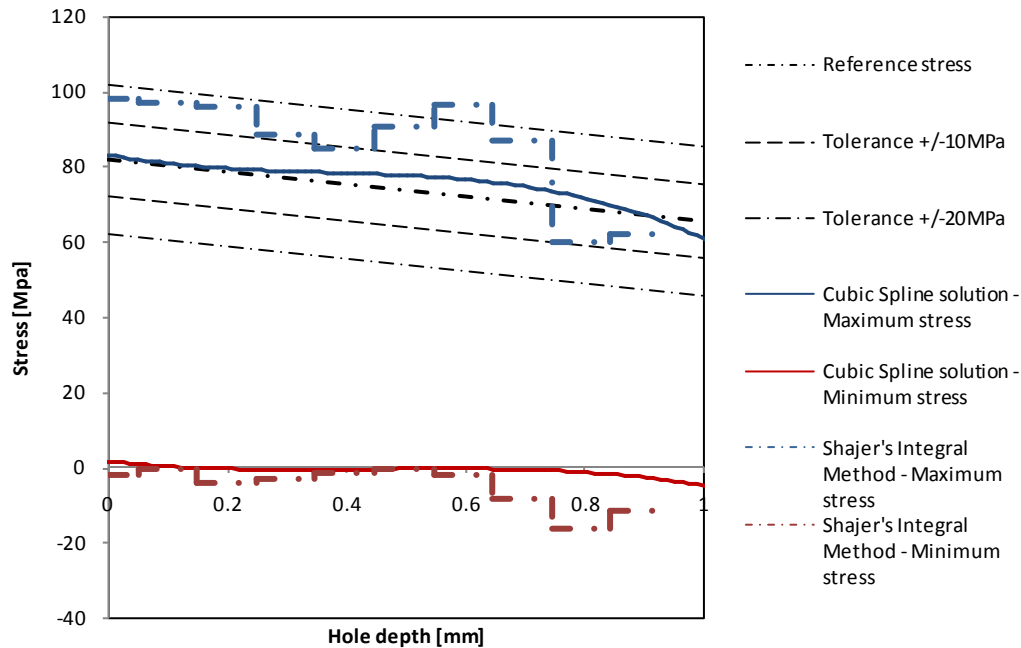


Figura 8: Sollecitazioni misurate nel provino a flessione con foro eccentrico

## 5. CONCLUSIONI

In questa memoria è stata presentata una metodologia per il calcolo di tensioni residue con il metodo del foro cieco in grado di tenere in considerazione, nell'analisi delle deformazioni, dell'effetto prodotto dalla non perfetta concentricità del foro rispetto alla rosetta.

I coefficienti di taratura, necessari per l'analisi delle deformazioni, sono calcolati in modo parametrico in funzione della posizione del foro rispetto alla rosetta e della geometria della rosetta stessa, rendendo così valida la tecnica per la generalità delle rosette commerciali disponibili.

Al fine di ridurre l'effetto prodotto dagli errori di misura sperimentale, il calcolo delle tensioni residue (rappresentabili sia con funzioni spline che serie di potenze e serie di Fourier) viene eseguito avvalendosi della tecnica dei minimi quadrati.

Infine, all'interno del metodo è stato implementato un algoritmo di ottimizzazione per ottenere il corretto compromesso tra flessibilità e stabilità della funzione rappresentante le tensioni, in modo da riuscire a descrivere correttamente eventuali picchi di tensione e mantenere una limitata sensibilità agli errori di carattere sperimentale.

Il metodo è stato confrontato con la tecnica del Metodo Integrale proposta da G. S. Schajer, sia in applicazioni simulate che in un caso reale, evidenziando una buona capacità di determinazione dello stato di sforzo effettivo. In particolare è stato messo in evidenza come l'efficacia del Metodo Integrale possa essere negativamente influenzata sia dall'impiego di coefficienti di taratura non ottimizzati per la rosetta adottata, sia della presenza di disturbi nelle misure sperimentali, sia, infine, dagli effetti dovuti agli errori di concentricità tra foro e rosetta. Questi ultimi aspetti, in particolare, risultano particolarmente importanti perché sempre presenti nelle analisi sperimentali in varia misura.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] ASTM E837-08 "Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method"

- [2] G. S. Schajer “Measurement of non uniform residual stresses using the hole drilling method. Part I – Stress calculation method” Transactions of ASME, 338, October 1988
- [3] G. S. Schajer “Measurement of non uniform residual stresses using the hole drilling method. Part II – Practical application of the integral method” Transactions of ASME, 344, October 1988
- [4] M.Beghini, L.Bertini, L.Mori, “General method for evaluating nonuniform residual stresses by the hole drilling method with concentric and eccentric hole. Part I: theory”
- [5] M.Beghini, L.Bertini, W. Rosellini, “Misura di tensioni residue variabili con foro eccentrico “ Atti del XXVII Convegno Nazionale AIAS, Lucca 6-9 Settembre 2000
- [6] Beghini M., Bertini L., Rosellini W., “Genetic algorithms for variable through thickness residual stress evaluation”, 5th European Conference on Residual Stresses, Delft, 28-30 Settembre 1999
- [7] Bertini, M.Beghini, W.Rosellini “Genetic algorithms for variable through thickness residual stress evaluation“ Materials Science Forum, 1999
- [8] E.Valentini et al. “Banco prova a flessione per la determinazione delle incertezze associate alla misura delle tensioni residue con il metodo del foro”, Atti del XXXV Congresso AIAS, 13-16 Settembre 2006, Università Politecnica delle Marche